

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ****( Β ΤΕΤΡΑΜΗΝΟ)****Ενότητα 4 :Ορίζουσες –Ευθεία**

- 1) Να βρείτε την κλίση των ευθειών που διέρχονται από τα σημεία  $A(-1,3)$  και  $B(-5,8)$ .
- 2) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία
  - α)  $A(3,-1)$  και  $B(4,5)$
  - β)  $A(7,-2)$  και  $B(7,4)$
  - γ)  $A(-5,-9)$  και  $B(2,-9)$
- 3) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο  $A(3,-4)$  και είναι παράλληλη με την ευθεία  $2x-3y+7=0$ .
- 4) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο  $A(-2,-1)$  και είναι κάθετη με την ευθεία  $-4y=7-2x$
- 5) Να βρείτε το  $\alpha$  ώστε η ευθεία  $y-(\alpha+2)x=-5$  να είναι παράλληλη με την ευθεία  $2x-y=13$ .
- 6) Να βρείτε το  $\kappa$  ώστε η ευθεία  $-2y+(\kappa+1)x=8$  να είναι κάθετη με την ευθεία  $y-4=-5x$ .
- 7) Η ευθεία  $\alpha x+\beta y=5$  περνά από το  $A(2,-1)$  και σχηματίζει γωνία  $135^\circ$  με τον θετικό ημιάξονα των  $x$ . Να βρείτε τα  $\alpha$  και  $\beta$ .
- 8) Να βρείτε την γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες  $3x+y=2$  και  $-2y+14x=5$ .
- 9) Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με κορυφές  $A(-3,4)$ ,  $B(-1,0)$  και  $\Gamma(3,2)$ .
  - α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο
  - β) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους  $AD$
  - γ) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου  $BM$
  - δ) Να βρείτε το εμβαδό του
  - ε) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$
  - ζ) την απόσταση της κορυφής  $\Gamma$  από την πλευρά  $AB$ .
- 10) Οι εξισώσεις δυο πλευρών παραλληλογράμμου  $AB\Gamma\Delta$  είναι οι  $x-y=0$  και  $x+y-2=0$ . Το σημείο  $(3,5)$  είναι μια από τις κορυφές του.
  - α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των άλλων κορυφών του παραλληλογράμμου.
  - β) Να δείξετε ότι είναι ορθογώνιο και να βρείτε το εμβαδόν του.
- 11) Να υπολογίσετε τη γωνία που σχηματίζει η ευθεία  $y = \sqrt{3}x + 5$  με τον άξονα των τετμημένων.
- 12) Δίνονται τα σημεία  $A(-1,4)$ ,  $B(2,6)$  και  $\Gamma(5,-3)$ . Να βρείτε
  - α) Την κλίση της  $AB$
  - β) Το μέσο του  $AB$

- γ) Την εξίσωση της μεσοκάθετου του AB
- δ) Την εξίσωση της BΓ
- ε) Το σημείο τομής της μεσοκάθετης της AB με την BΓ
- στ) Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB.

13) Δίνονται τα σημεία A(5,4) και B(1,-2). Η μεσοκάθετη του ευθύγραμμου τμήματος AB τέμνει τον άξονα των x στο σημείο Γ και τον άξονα των y στο σημείο Δ. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Γ και Δ και στη συνέχεια να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΟΓΔ όπου Ο είναι η αρχή των αξόνων.

14) Τραπεζίο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) έχει συντεταγμένες κορυφών Β(10,3), Γ(5,4), Δ(2,2) και εξίσωση μιας διαγωνίου  $7x - 4y - 19 = 0$ . Να βρείτε:

- (α) την εξίσωση της άλλης διαγωνίου
- (β) τις συντεταγμένες της κορυφής Α.

15) Οι  $\varepsilon_1 : 3x - 4y + 1 = 0$  και  $\varepsilon_2 : 2x - y - 1 = 0$  είναι οι εξισώσεις δυο πλευρών ενός παραλληλογράμμου και το σημείο (6,6) μια κορυφή του. Να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου που περνά από την κορυφή με συντεταγμένες (6,6).

16) Να υπολογίσετε τις ορίζουσες: (α)  $\begin{vmatrix} -5 & 4 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}$  β)  $\begin{vmatrix} 2 + \sqrt{5} & -1 \\ 6 & 2 - \sqrt{5} \end{vmatrix}$

γ)  $\begin{vmatrix} x-2 & -4 \\ -1 & x+2 \end{vmatrix}$

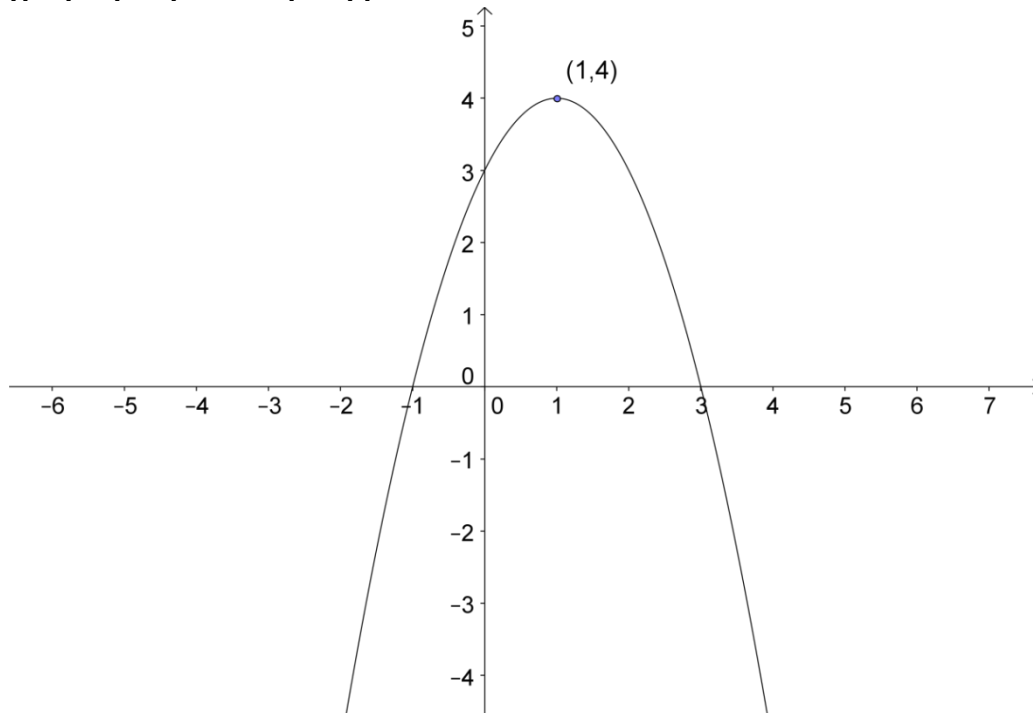
17) Να υπολογίσετε το  $x \in R, \begin{vmatrix} 2-x & 2 \\ 2 & 5-x \end{vmatrix} = 0$

18) Να υπολογίσετε την ορίζουσα:  $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & 4 \\ 1 & 4 & -1 \end{vmatrix}$

19) Να υπολογίσετε το  $x \in R, \begin{vmatrix} -1 & x & x \\ x & -1 & x \\ x & x & -1 \end{vmatrix} = 0$

**Ενότητα 8: Παραβολή- Εξισώσεις-Ανισώσεις**

- 1) Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής  $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ . Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

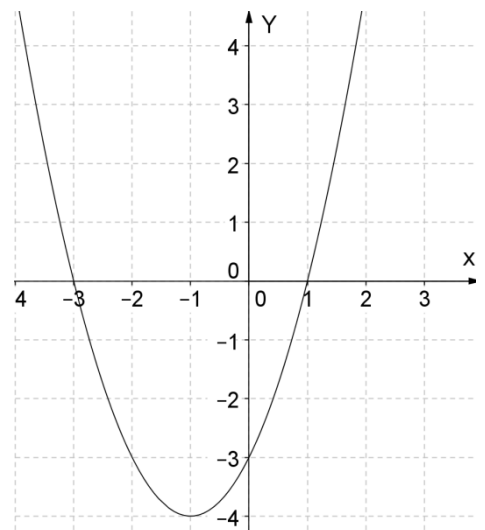


- α) Το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών
- β) Το πρόσημο του  $a$
- γ) Την τιμή του  $\gamma$
- δ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- ε) Την κορυφή της παραβολής
- στ) Τις λύσεις της εξίσωσης  $f(x) = 0$

- 2) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$  με  $a \neq 0$

Από τα στοιχεία του σχήματος να βρείτε:

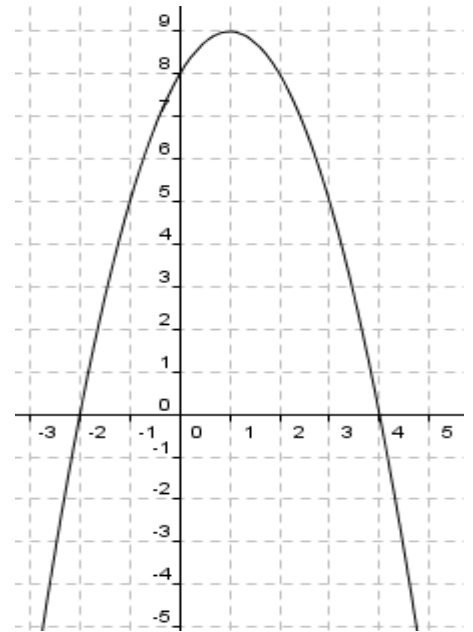
- α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της  $f(x)$
- β) το πρόσημο του  $a$  και της διακρίνουσας
- γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- δ) τις λύσεις της εξίσωσης  $ax^2 + bx + \gamma = -3$
- ε) το ακρότατο σημείο και να το χαρακτηρίσετε
- στ) τις τιμές των  $f(-2)$  και  $f(1)$
- ζ) την τιμή του  $\gamma$



## 3) Από το διπλανό γράφημα της παραβολής

 $f(x) = ax^2 + bx + c$  να υπολογίσετε:

- i. Τις λύσεις της  $f(x)=5$
- ii. Το πρόσημο της Διακρίνουσας ( $\Delta$ ).
- iii. Τον άξονα συμμετρίας.
- iv. Τις συντεταγμένες της κορυφής
- v. Πρόσημο του  $a$
- vi. Πεδίο ορισμού και σύνολο τιμών της  $f(x)$ .
- vii. Τη λύση της ανίσωσης  $f(x) \geq 0$



- 4) Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = x^2 - 2x - 4$  και  $g(x) = -2x^2 + 2x - 3$ 
  - α) Με τη μέθοδο της συμπλήρωσης τέλειου τετραγώνου να τις γράψετε στην μορφή  $a(x + \kappa)^2 + \lambda$ .
  - β) Να κάνετε την γραφική παράσταση των συναρτήσεων στο ίδιο σύστημα αξόνων. Πάνω στην κάθε γραφική παράσταση να φαίνονται οι τομές με τους άξονες καθώς και οι συντεταγμένες του μέγιστου ή ελάχιστου σημείου, όπως και ο άξονας συμμετρίας.
- 5) Να βρείτε το πεδίο ορισμού, το σύνολο τιμών, την κορυφή, τον άξονα συμμετρίας, τις τομές με τους άξονες και στην συνέχεια να κάνετε τη γραφική παράσταση για τις πιο κάτω συναρτήσεις:
 

|                         |                          |
|-------------------------|--------------------------|
| i. $y = x^2 - 3x - 4$   | iii. $y = x^2 + x + 1$   |
| ii. $y = 2x^2 - 5x - 3$ | iv. $y = -3x^2 + 2x + 5$ |
- 6) Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου  $\mu \in \mathbb{R}$  ώστε η συνάρτηση  $y = x^2 + 2(\mu + 1)x + \mu^2 - 2$ 
  - α) Να έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία  $x = -2$
  - β) Να έχει ελάχιστη τιμή  $-6$
  - γ) Να τέμνει τον άξονα των  $y$  στο  $(0, 2)$ .
- 7) Για ποιες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  η συνάρτηση  $f(x) = x^2 + (2\lambda - 1)x + \lambda^2 + 1$  δεν τέμνει και δεν εφάπτεται με τον άξονα των τετμημένων.
- 8) Δίνεται η παραβολή  $y = x^2 + (\kappa - 4)x - \kappa + 4$ . Να προσδιοριστούν οι τιμές του  $\kappa$  για τις οποίες η παραβολή:
  - (α) εφάπτεται του άξονα των  $x$ , (β) έχει άξονα συμμετρίας τον  $y$
  - (γ) έχει για κορυφή το σημείο με τεταγμένη  $-1$ .

- 9) Να λύσετε τις εξισώσεις:  
 α)  $3x^2-5x=0$       β)  $3x^2+x-10=0$       γ)  $2x^2-3x+1=0$
- 10) Χωρίς να λυθούν οι εξισώσεις, να βρείτε το είδος των λύσεων τους.  
 α)  $x^2-6x+9=0$       β)  $2x^2-x-10=0$       γ)  $x^2-2\lambda x-3=0$
- 11) Να βρείτε το  $\lambda$  ώστε οι παρακάτω εξισώσεις να έχουν λύσεις πραγματικές ίσες.  
 α)  $(\lambda+3)x^2-4\lambda x+4=0$       β)  $x^2-(\lambda+2)x+9=0$       γ)  $\lambda x^2-(2\lambda+3)x+\lambda+1=0$
- 12) Για ποιες τιμές του  $\mu$  οι εξισώσεις έχουν λύσεις πραγματικές και άνισες;  
 α)  $x^2+\mu x+\mu+3=0$       β)  $(\mu+3)x^2-2\mu x+4=0$       γ)  $x^2+(\mu-1)x+\mu=0$
- 13) Αν  $x_1, x_2$  είναι οι λύσεις της εξίσωσης  $x^2 - 3x + 6 = 0$  να υπολογίσετε χωρίς να λύσετε την εξίσωση, τις τιμές των παραστάσεων  
 α)  $x_1 + x_2$       β)  $x_1 x_2$       γ)  $5x_1^2 x_2 + 5x_1 x_2^2$       δ)  $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2}$       ε)  $(x_1 - x_2)^2$   
 ζ)  $x_1^3 + x_2^3$       η)  $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$
- 14) Για ποιες τιμές του  $\alpha$  η εξίσωση  $4x^2-(\alpha+2)x+\alpha-3=0$  έχει  
 α) λύση το -1  
 β) λύσεις αντίθετες  
 γ) λύσεις αντίστροφες  
 δ) Άθροισμα λύσεων ίσο με το διπλάσιο του γινομένου των λύσεων της
- 15) Να βρείτε τις εξισώσεις που έχουν λύσεις τα ζεύγη των αριθμών  
 α) -5 , 4      β)  $3 - \sqrt{5}$  ,  $3 + \sqrt{5}$
- 16) Αν  $x_1, x_2$  οι λύσεις της εξίσωσης  $2x^2+3x+5=0$  να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού που να έχει λύσεις τις  
 α)  $2x_1 - 1$  και  $2x_2 - 1$       β)  $\frac{2}{x_1}$  και  $\frac{2}{x_2}$
- 17) Να λύσετε τις πιο κάτω ανισώσεις  
 α)  $x^2-7x+10 \geq 0$       β)  $2x^2 \leq x-1$       γ)  $x^2-10x+25 > 0$       δ)  $x^3-9x < 0$   
 ε)  $2x^2(x+2)(x^2-5x+6) \leq 0$       ζ)  $(2-x)^2(x^2-8x+15)(-x^2+2x-9) > 0$   
 η)  $\frac{x^2+3x-4}{x(x+3)} \leq 0$       θ)  $\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x-3} > 1$
- 18) Να λύσετε το σύστημα  
 $x - 3\psi = 1$   
 $x^2 - \psi^2 = 15$

19) Να απλοποιήσετε τα πιο κάτω κλάσματα:

$$(α) \frac{2x^2 + 7x + 3}{3x^2 + 7x - 6}$$

$$(β) \frac{x^2 - 16y^2}{2x^2 - 9xy + 4y^2}$$

$$(γ) \frac{3x^2 - 17x - 28}{3x^2 - 21x}$$

20) Να σχηματίσετε εξίσωση 2<sup>ου</sup> βαθμού με λύσεις:

$$(α) -\frac{1}{2}, 3 \quad \text{και} \quad (β) 5\sqrt{3} + 1, 5\sqrt{3} - 1.$$

21) Να λύσετε τα συστήματα:

$$(α) \begin{cases} x + y = -1 \\ 4xy = -3 \end{cases}$$

$$(β) \begin{cases} x + y + xy = 15 \\ x + y - xy = 1 \end{cases}$$

$$(γ) \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ xy = -1 \end{cases}$$

$$(δ) \begin{cases} 2y - x^2 = 0 \\ x = y - 4 \end{cases}$$

22) Να δείξετε ότι η εξίσωση  $2κx^2 - (κ^2 - 2)x - κ = 0$  έχει λύσεις πραγματικές και άνισες

για κάθε  $κ \in \mathbb{R}$ . Ακολουθώς να βρείτε τις τιμές του  $κ$  ώστε:

(α) οι λύσεις να είναι αντίθετες, (β) οι λύσεις να είναι ετερόσημες.

23) Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$(α) 2x^2 + 7x - 4 \leq 0 \quad (β) \frac{(x-2)^2 \cdot (x+1)}{x^2 - x} > 0 \quad (γ) \frac{(x^2 - 9) \cdot (2x^2 - 6x + 3)}{x^3 - x} \leq 0$$

24) Για ποιες τιμές του  $κ$  η εξίσωση  $2κx^2 - (κ-1)x - κ - 1$  έχει λύσεις πραγματικές και ίσες;

25) Για ποιες τιμές του  $α$  το τριώνυμο  $(α^2 - 1)x^2 - (2α^2 - 1)x - (α^2 - 1)$  διατηρεί σταθερό πρόσημο για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

26) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $y = \sqrt{\frac{-(x-1)(x^2 + x - 2)}{x^3 - 2x^2}}$ .

27) Αν  $α \cdot β \neq 0$  και η εξίσωση  $αx^2 + βx + γ = 0$  έχει λύσεις τους  $x_1, x_2$  να δείξετε

ότι η εξίσωση  $β^2x^2 + 2αβx + α^2 = 0$  έχει διπλή λύση την  $\frac{1}{x_1 + x_2}$ .

28) Να δείξετε ότι αν  $-x^2 + (κ-1)x - 9 < 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  τότε  $-5 < κ < 7$ .

29) Να δείξετε ότι για κάθε  $α$  το πεδίο ορισμού της  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2αx + α^2 + 1}$  είναι το  $\mathbb{R}$ .

30) Για τις διάφορες τιμές του  $κ$ , να εξετάσετε αν η εξίσωση  $x^2 - κx + 2κ - 3 = 0$  έχει λύσεις και πόσες.